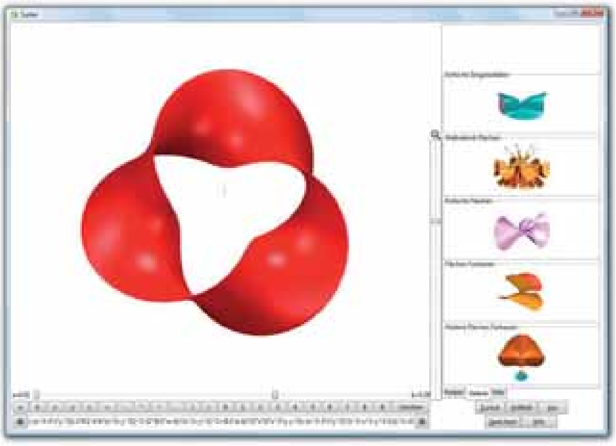
IMAGINARY

una mirada matemática

www.rsme-imaginary.es

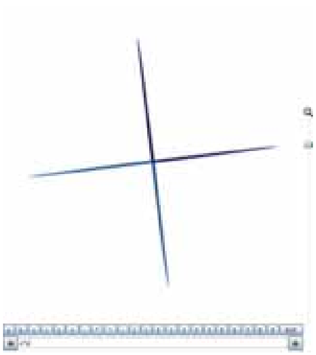


SURFER en el aula

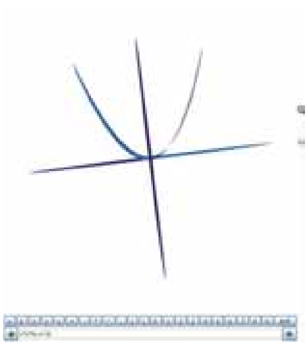
El programa SURFER es excelente para facilitar la percepción visual del Álgebra y la Geometría en el aula. Según los conocimientos previos de los alumnos, se pueden producir objetos simples y modificarlos o atreverse con construcciones más complejas. A continuación encontrarán una colección de ideas para una o más lecciones. Es importante que los estudiantes puedan probar y usar el programa SURFER por sí mismos. El programa se puede descargar gratuitamente (por ejemplo, para proyectos que los estudiantes tengan que realizar en casa).

Introducción

Gire la imagen de modo que el eje z sea invisible, es decir, hasta que quede perpendicular a la pantalla. De esta forma puede comenzar a trabajar en un sistema de coor-denadas de dos dimensiones (que corresponde a la fórmula $x*y = 0$). A continuación, puede dibujar una línea recta o una parábola (por ejemplo, la fórmula de la recta $y=x$ se escribe $y-x = 0$ y la de la parábola $y=x^2$ se escribe $y - x^2 = 0$), en ambos casos, ha de multiplicar la expresión por $x*y$ para visualizar los ejes de coordenadas.



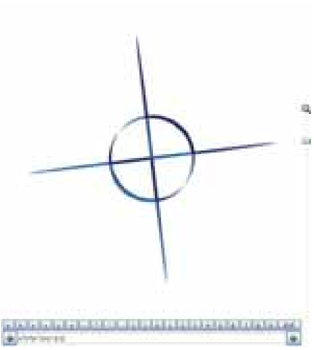
Sistema de coordenadas:
$x*y$



Sistemas de coordenadas y parábola
$(x*y)*(y-x^2)=0$

Circunferencia y cilindro

Se puede dibujar la circunferencia de centro el origen y radio 1 escribiendo $x^2+y^2=1$, que equivale a $x^2+y^2-1=0$ (si procede, la ecuación de la circunferencia se puede justificar mediante el Teorema de Pitágoras). A continua-ción, gire el sistema de coordenadas. Al girar la vista, entran en juego los valores de z que, al ser arbitrarios (pues z no interviene en la ecuación), dan lugar a un tubo (cilindro). Hay que tener presente que la imagen se ajusta a la esfera visible cuyo radio se puede ajustar con la lupa.



Sistema de coordenadas y círculo
$(x*y)*(x^2+y^2-1)=0$

Cilindro
$x^2+y^2-1=0$

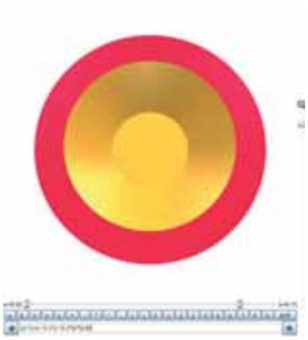
Esfera

Consideremos la esfera $x^2+y^2+z^2-1=0$. Explicación sobre cómo está formada la esfera: multipliquemos la expresión por z-b para valores concretos de b, por ejemplo, b= 0, 1 y -1, y visualicemos las secciones resultantes con los correspondientes planos (ecuador, Polo Norte, Polo Sur). Ahora, multipliquemos por la expresión z-b (sin dar valor alguno a b) y mostremos las diferentes secciones utilizando la barra de desplazamiento correspondiente a b. Observemos que la intersección de un plano y una esfera es siempre una circunferencia.

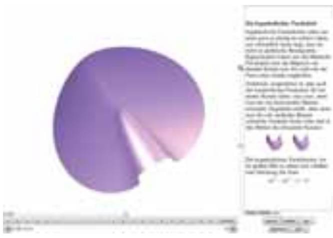
Esfera y plano z=b
$(x^2+y^2+z^2-1)*(z-b)=0$

La esfera está hecha de círculos apilados con diferentes radios

Cono cuadrático con sección plana
$(x^2+y^2-z^2)*(z-10*b)$



Sección plana del cono cuadrático
vista desde arriba



Paraboloide hiperbólico
en su versión modificada
$(x^3-y^2-z)=0$

Destello con cuatro puntas

La Séxtica de Barth con sus
65 singularidades
(recórd mundial imbatible)

La séptica de Oliver Labs con sus
99 singularidades
(récord mundial ¿por ahora?)

Contacto

Real Sociedad Matemática Española
Email: rsme@mat.ucm.es
coordinación@rsme-imaginary.es
Tel: +34 913 944 937

Programa SURFER

Disponible en
http://www.rsme-imaginary.es

Haznos llegar tus lecciones o sugerencias para la utilización del programa SURFER en el aula, por favor.

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Real Sociedad Matemática Española

FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN

El cono cuadrático y el paraboloide hiperbólico

En la galería “superficies sencillas” se encuentra el cono cuadrático, mediante una sección plana genérica z=b observamos que esta superficie también está formada por circunferencias apiladas.

El paraboloide hiperbólico no es tan conocido como las superficies anteriores. Sin embargo, podemos reconocer estructuras conocidas: hay dos cuadrados en la formula $x^2-y^2-z=0$ y por tanto hay dos parábolas ($x^2-z=0$ e $y^2-z=0$) que encontrar ¿Qué ocurre cando cambiamos uno de los cuadrados por un 3?

Atrévase a hacer cambios

Elija cualquier superficie de las galerías “tierras de fantasia” y transfórmela. Por ejemplo, ¿qué ha de cambiar en Destello para obtener solamente cuatro puntas?

Superficies récord

La galería “Superficies récord” no aproxima a la investigación matemática de hoy día. Se trata del problema de determinar el número de singularidades (puntos singulares) que puede tener una superficie de un grado determinado (el exponente más alto de su ecuación). Cuando el grado es 6 la séxtica de Barth tiene el récord insuperable de 65 singularidades. En grado 7 aún no se conoce cuál es exactamente el número máximo. El récord del mundo lo ostenta Oliver labs con una superficie con 99 singularidades. En la sección de matemáticas de la página de RSME-Imaginary puedes encontrar más información sobre las superficies de esta categoría.

"Los consejos de los expertos"

Uniendo superficies: Multiplicando dos expresiones se obtiene la unión de las dos superficies: por ejemplo, $x*(x^2 + y^2 + z^2-1)$ es la unión del plano x=0 y la esfera $x^2+y^2+z^2-1$. La intersección de ambas superficies define una curva singular en la nueva superficie.

Combinado superficies: Restando una constante, digamos b, a una expresión, es decir, f(x,y,z)-b, se modifica la superficie f(x,y,z), en particular, las singularidades de la superficie f(x,y,z) se alisan. Este hecho se puede observar claramente aumentando lentamente el valor del parámetro b en la superficie $x*(x^2+y^2+z^2-1)-b$.

Engordando curvas: Si f=0 y g=0 forman la ecuación de una curva, entonces $f^2+g^2=0$ es la ecuación de su intersección (que no podemos ver porque tiene dimensión 1). Tomando $f^2+g^2-a=0$ para un valor pequeño de a, la curva engorda y se hace visible.